



**wi**  
wirtschaft

Fred Böker

# Formelsammlung für Wirtschaftswissenschaftler

Mathematik und Statistik

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>12</b>
<b>Teil I Mathematik</b>	<b>13</b>
<b>Kapitel 1 Algebra</b>	<b>14</b>
1.1 Aufbau des Zahlensystems . . . . .	14
1.2 Ganzzahlige Potenzen . . . . .	17
1.3 Wichtige Regeln der Algebra . . . . .	18
1.4 Bruchrechnung . . . . .	19
1.5 Wurzeln und Potenzen mit gebrochenem Exponenten . . . . .	19
1.6 Reihenfolge der Rechenoperationen in $\mathbb{R}$ . . . . .	21
1.7 Ungleichungen . . . . .	22
1.8 Intervalle und Absolutbetrag . . . . .	23
<b>Kapitel 2 Gleichungen</b>	<b>25</b>
2.1 Lösen einer Gleichung . . . . .	25
2.2 Lineare Gleichungen . . . . .	26
2.3 Quadratische Gleichungen . . . . .	26
2.4 Zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten . . . . .	28
2.5 Nichtlineare Gleichungen . . . . .	29
<b>Kapitel 3 Summen, Produkte, Logik, Mengen, Abbildungen</b>	<b>30</b>
3.1 Summen . . . . .	30
3.2 Wichtige Summen und nützliche Formeln für Summen . . . . .	31
3.3 Doppelsummen . . . . .	33
3.4 Produkte . . . . .	34
3.5 Fakultäten und Binomialkoeffizienten . . . . .	35
3.6 Aussagenlogik . . . . .	37
3.7 Mathematische Beweise . . . . .	40
3.8 Mengen . . . . .	41
3.9 Abbildungen, Relationen . . . . .	45

**Kapitel 4 Funktionen einer Variablen 47**

4.1	Grundlegende Definitionen . . . . .	47
4.2	Graph einer Funktion . . . . .	48
4.3	Lineare Funktionen . . . . .	49
4.4	Quadratische Funktionen . . . . .	52
4.5	Polynome . . . . .	55
4.6	Potenzfunktionen . . . . .	58
4.7	Exponentialfunktionen . . . . .	61
4.8	Logarithmusfunktionen . . . . .	63
4.9	Trigonometrische Funktionen . . . . .	65
4.10	Verschiebung von Graphen . . . . .	75
4.11	Verknüpfung von Funktionen . . . . .	76
4.12	Inverse Funktion . . . . .	77
4.13	Graph einer Gleichung . . . . .	78
4.14	Abstand in der Ebene, Kreise, Ellipsen und andere Kegelschnitte . .	78

**Kapitel 5 Differentialrechnung 83**

5.1	Steigung von Kurven, Ableitung und Tangenten . . . . .	83
5.2	Monoton wachsende und fallende Funktionen . . . . .	84
5.3	Änderungsraten . . . . .	84
5.4	Grenzwerte . . . . .	85
5.5	Regeln der Differentiation . . . . .	86
5.6	Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	88
5.7	Ableitung der Exponentialfunktionen . . . . .	89
5.8	Ableitung der Logarithmus-Funktionen . . . . .	89
5.9	Implizites Differenzieren . . . . .	90
5.10	Differentiation der Inversen . . . . .	90
5.11	Lineare Approximationen . . . . .	91
5.12	Polynomiale Approximationen . . . . .	92
5.13	Elastizitäten . . . . .	94
5.14	Stetigkeit . . . . .	95
5.15	Mehr über Grenzwerte . . . . .	97
5.16	Zwischenwertsatz, Newton-Verfahren, Regula falsi . . . . .	100
5.17	Unendliche Folgen . . . . .	101
5.18	Unbestimmte Formen und Regeln von L'Hôpital . . . . .	101

**Kapitel 6 Univariate Optimierung 103**

6.1	Globale Extrempunkte . . . . .	103
6.2	Extremwertsatz . . . . .	104
6.3	Lokale Extrempunkte . . . . .	105
6.4	Wendepunkte . . . . .	106

<b>Kapitel 7</b>	<b>Integration</b>	<b>108</b>
7.1	Unbestimmte Integrale . . . . .	108
7.2	Flächen und bestimmte Integrale . . . . .	112
7.3	Integrationsmethoden . . . . .	117
7.4	Multiple Integrale . . . . .	119
7.5	Differentialgleichungen . . . . .	122
<b>Kapitel 8</b>	<b>Finanzmathematik</b>	<b>123</b>
8.1	Zinsperioden und effektive Raten . . . . .	123
8.2	Geometrische Reihen . . . . .	130
8.3	Gesamtbarwert . . . . .	131
8.4	Hypothekenrückzahlungen . . . . .	133
8.5	Investitionsprojekte . . . . .	135
8.6	Kapitalaufbau bzw. -abbau . . . . .	136
8.7	Renten mit veränderlichen Raten . . . . .	136
<b>Kapitel 9</b>	<b>Funktionen mehrerer Variablen</b>	<b>138</b>
9.1	Funktionen von zwei Variablen, Ableitungen, Darstellungen . . . . .	138
9.2	Flächen und Abstand . . . . .	138
9.3	Funktionen von mehreren Variablen, Ableitungen . . . . .	140
9.4	Partielle Elastizitäten . . . . .	141
9.5	Kettenregel . . . . .	143
9.6	Implizites Differenzieren . . . . .	144
9.7	Substitutionselastizität . . . . .	145
9.8	Homogene und homothetische Funktionen . . . . .	145
9.9	Lineare Approximation und Differentiale . . . . .	146
9.10	Gleichungssysteme . . . . .	149
<b>Kapitel 10</b>	<b>Multivariate Optimierung</b>	<b>151</b>
10.1	Zwei Variablen . . . . .	151
10.2	Mehr Variablen . . . . .	154
10.3	Komparative Statik und das Envelope-Theorem . . . . .	156
10.4	Optimierung unter Nebenbedingungen . . . . .	156
10.5	Komparative Statik . . . . .	160
10.6	Nichtlineare Programmierung . . . . .	161
<b>Kapitel 11</b>	<b>Matrizen und Vektoralgebra</b>	<b>163</b>
11.1	Systeme linearer Gleichungen . . . . .	163
11.2	Matrizen und Matrizenoperationen . . . . .	163
11.3	Matrizenmultiplikation . . . . .	164

11.4	Die transponierte Matrix . . . . .	167
11.5	Gauß'sche Elimination . . . . .	168
11.6	Vektoren . . . . .	170
11.7	Geraden und Ebenen . . . . .	174
11.8	Determinanten . . . . .	176
11.9	Die Inverse einer Matrix . . . . .	181
11.10	Cramer'sche Regel . . . . .	183
11.11	Das Leontief-Modell . . . . .	184
11.12	Partitionierte Matrizen . . . . .	184
11.13	Lineare Unabhängigkeit . . . . .	187
11.14	Spur einer Matrix . . . . .	190
11.15	Eigenwerte und Eigenvektoren . . . . .	191
11.16	Quadratische Formen . . . . .	194

**Kapitel 12 Lineare Programmierung 197**

12.1	Das allgemeine lineare Programmierungsproblem . . . . .	197
12.2	Dualitätstheorie . . . . .	198
12.3	Simplexverfahren . . . . .	200

**Kapitel 13 Differenzgleichungen 203**

13.1	Differenzgleichungen erster Ordnung . . . . .	203
13.2	Differenzgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	206
13.3	Gleichungen höherer Ordnung . . . . .	209
13.4	Systeme von Differenzgleichungen . . . . .	211
13.5	Stabilität nichtlinearer Differenzgleichungen . . . . .	213

**Kapitel 14 Differentialgleichungen 214**

14.1	Differentialgleichungen erster Ordnung in einer Variablen . . . . .	214
14.2	Differentialgleichungen zweiter Ordnung . . . . .	218
14.3	Differentialgleichungen höherer Ordnung . . . . .	226

**Kapitel 15 Geometrie 237**

15.1	Dreiecke . . . . .	237
15.2	Vierecke . . . . .	243
15.3	Vielecke . . . . .	247
15.4	Kreise . . . . .	248
15.5	Körper . . . . .	251

<b>Teil II</b>	<b>Statistik</b>	<b>255</b>
<b>Kapitel 1</b>	<b>Einführung</b>	<b>256</b>
1.1	Statistische Einheiten, Merkmale, Gesamtheiten . . . . .	256
1.2	Merkmalstypen . . . . .	256
1.3	Stichproben . . . . .	257
<b>Kapitel 2</b>	<b>Univariate beschreibende Statistik und explorative Darstellungen</b>	<b>258</b>
2.1	Verteilungen und ihre Darstellungen . . . . .	258
2.2	Beschreibung von Verteilungen . . . . .	261
2.3	Dichtefunktionen und Normalverteilung . . . . .	270
2.4	Kerndichteschätzer . . . . .	271
<b>Kapitel 3</b>	<b>Multivariate beschreibende Statistik und explorative Darstellungen</b>	<b>273</b>
3.1	Zwei diskrete Merkmale, Kontingenztafeln . . . . .	273
3.2	Graphische Darstellung quantitativer Merkmale . . . . .	275
3.3	Zusammenfassende Kennzahlen . . . . .	276
3.4	Regression . . . . .	279
<b>Kapitel 4</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>282</b>
4.1	Wahrscheinlichkeiten . . . . .	282
4.2	Zufallsstichproben und Kombinatorik . . . . .	284
4.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten . . . . .	284
4.4	Unabhängigkeit von Ereignissen . . . . .	285
4.5	Totale Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes . . . . .	286
<b>Kapitel 5</b>	<b>Diskrete Zufallsvariablen</b>	<b>287</b>
5.1	Grundlegende Definitionen . . . . .	287
5.2	Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen . . . . .	288
5.3	Unabhängigkeit von diskreten Zufallsvariablen . . . . .	288
5.4	Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariablen . . . . .	289
5.5	Weitere Lageparameter . . . . .	290
5.6	Varianz und Standardabweichung . . . . .	290

<b>Kapitel 6</b>	<b>Stetige Zufallsvariablen</b>	<b>292</b>
6.1	Stetige Zufallsvariablen und Dichten . . . . .	292
6.2	Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen . . . . .	292
6.3	Unabhängigkeit von stetigen Zufallsvariablen . . . . .	293
6.4	Erwartungswert, Varianz und andere Kennzähle . . . . .	293
<b>Kapitel 7</b>	<b>Mehr über Zufallsvariablen und Verteilungen</b>	<b>296</b>
7.1	Ergänzungen zu Zufallsvariablen und ihren Verteilungen . . . . .	296
7.2	Spezielle diskrete Verteilungsmodelle . . . . .	300
7.3	Spezielle stetige Verteilungsmodelle . . . . .	304
7.4	Grenzwertsätze . . . . .	311
7.5	Approximation von Verteilungen . . . . .	314
<b>Kapitel 8</b>	<b>Mehrdimensionale Zufallsvariablen</b>	<b>316</b>
8.1	Zweidimensionale diskrete Zufallsvariablen . . . . .	316
8.2	Zweidimensionale stetige Zufallsvariablen . . . . .	318
8.3	Erwartungswerte, Kovarianz und Korrelation . . . . .	319
8.4	Verteilung von $n$ Zufallsvariablen . . . . .	321
<b>Kapitel 9</b>	<b>Parameterschätzung</b>	<b>325</b>
9.1	Punktschätzung . . . . .	325
9.2	Eigenschaften von Schätzstatistiken . . . . .	326
9.3	Konstruktion von Schätzfunktionen . . . . .	329
9.4	Intervallschätzung . . . . .	332
<b>Kapitel 10</b>	<b>Testen von Hypothesen</b>	<b>334</b>
10.1	Prinzipien des Testens . . . . .	334
10.2	Spezielle Testprobleme für den Ein-Stichprobenfall . . . . .	336
10.3	Vergleiche aus unabhängigen Stichproben . . . . .	340
10.4	Verbundene Stichproben . . . . .	343
10.5	Zusammenhangsanalyse . . . . .	344
<b>Kapitel 11</b>	<b>Regressionsanalyse</b>	<b>346</b>
11.1	Lineare Einfachregression . . . . .	346
11.2	Multiple lineare Regression . . . . .	351
11.3	Binäre Regression . . . . .	355

<b>Kapitel 12</b>	<b>Varianzanalyse</b>	<b>356</b>
12.1	Einfaktorielle Varianzanalyse . . . . .	356
12.2	Zweifaktorielle Varianzanalyse mit festen Effekten . . . . .	357
<b>Kapitel 13</b>	<b>Zeitreihen</b>	<b>361</b>
13.1	Indizes . . . . .	361
13.2	Komponentenmodelle . . . . .	362
13.3	Globale Regressionsansätze . . . . .	363
13.4	Lokale Ansätze . . . . .	364
13.5	Exponentielles Glätten . . . . .	365
<b>Kapitel 14</b>	<b>Stochastische Prozesse und Zeitreihenmodelle</b>	<b>366</b>
14.1	Grundlegende Definitionen . . . . .	366
14.2	Moving-Average-Prozesse . . . . .	368
14.3	Autoregressive Prozesse . . . . .	369
14.4	Prognosen mit AR-Modellen . . . . .	372
14.5	ARMA- und ARIMA-Modelle . . . . .	372
<b>Tabellenanhang</b>		<b>374</b>
<b>Literatur</b>		<b>386</b>
<b>Register</b>		<b>387</b>