



it
informatik

John E. Hopcroft
Rajeev Motwani
Jeffrey D. Ullman

Einführung in Automatentheorie, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

3., aktualisierte Auflage

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	17
Vorwort zur deutschen Auflage	21
Kapitel 1 Automaten: Die Grundlagen und Methoden	23
1.1 Wozu dient das Studium der Automatentheorie?	25
1.1.1 Einführung in endliche Automaten	25
1.1.2 Strukturelle Repräsentationen	27
1.1.3 Automaten und Komplexität	28
1.2 Einführung in formale Beweise	28
1.2.1 Deduktive Beweise	29
1.2.2 Reduktion auf Definitionen	32
1.2.3 Andere Formen von Sätzen	34
1.2.4 Sätze, die keine Wenn-dann-Aussagen zu sein scheinen	37
1.3 Weitere Formen von Beweisen	37
1.3.1 Beweise der Äquivalenz von Mengen	38
1.3.2 Die Umkehrung	39
1.3.3 Beweis durch Widerspruch	41
1.3.4 Gegenbeispiele	41
1.4 Induktive Beweise	43
1.4.1 Induktive Beweise mit ganzen Zahlen	44
1.4.2 Allgemeinere Formen der Induktion mit ganzen Zahlen	47
1.4.3 Strukturelle Induktion	48
1.4.4 Gegenseitige Induktion	51
1.5 Die zentralen Konzepte der Automatentheorie	53
1.5.1 Alphabete	54
1.5.2 Zeichenreihen	54
1.5.3 Sprachen	56
1.5.4 Probleme	57
Zusammenfassung von Kapitel 1	59

Kapitel 2	Endliche Automaten	61
2.1	Eine informelle Darstellung endlicher Automaten	63
2.1.1	Die Grundregeln	63
2.1.2	Das Protokoll	64
2.1.3	Die Automaten dazu befähigen, Eingaben zu ignorieren	66
2.1.4	Das gesamte System aus Automaten darstellen	68
2.1.5	Mithilfe des Produktautomaten die Gültigkeit des Protokolls überprüfen	70
2.2	Deterministische endliche Automaten	71
2.2.1	Definition eines deterministischen endlichen Automaten	71
2.2.2	Wie ein DEA Zeichenreihen verarbeitet	72
2.2.3	Einfachere Notationen für DEAs	74
2.2.4	Die Übergangsfunktion auf Zeichenreihen erweitern	75
2.2.5	Die Sprache eines DEA	79
2.2.6	Übungen zum Abschnitt 2.2	79
2.3	Nichtdeterministische endliche Automaten	82
2.3.1	Eine informelle Sicht auf nichtdeterministische endliche Automaten	83
2.3.2	Definition nichtdeterministischer endlicher Automaten	85
2.3.3	Die erweiterte Übergangsfunktion	86
2.3.4	Die Sprache eines NEA	87
2.3.5	Äquivalenz deterministischer und nichtdeterministischer endlicher Automaten	88
2.3.6	Ein ungünstiger Fall für die Teilmengenkonstruktion	93
2.3.7	Übungen zum Abschnitt 2.3	95
2.4	Eine Anwendung: Textsuche	97
2.4.1	Zeichenreihen in Texten finden	97
2.4.2	Nichtdeterministische endliche Automaten für die Textsuche	98
2.4.3	Ein DEA, um die Menge von Schlüsselwörtern zu erkennen	99
2.4.4	Übungen zum Abschnitt 2.4	101
2.5	Endliche Automaten mit ε -Übergängen	101
2.5.1	Verwendungen von ε -Übergängen	102
2.5.2	Die formale Notation eines ε -NEA	103
2.5.3	ε -Hüllen	104
2.5.4	Erweiterte Übergänge und Sprachen für ε -NEAs	105
2.5.5	ε -Übergänge eliminieren	107
2.5.6	Übungen zum Abschnitt 2.5	110
	Zusammenfassung von Kapitel 2	111

Kapitel 3	Reguläre Ausdrücke und Sprachen	113
3.1	Reguläre Ausdrücke	114
3.1.1	Die Operatoren regulärer Ausdrücke	115
3.1.2	Reguläre Ausdrücke bilden	117
3.1.3	Auswertungsreihenfolge der Operatoren regulärer Ausdrücke	120
3.1.4	Übungen zum Abschnitt 3.1	121
3.2	Endliche Automaten und reguläre Ausdrücke	122
3.2.1	Von DEAs zu regulären Ausdrücken	122
3.2.2	DEA durch die Eliminierung von Zuständen in reguläre Ausdrücke umwandeln	128
3.2.3	Reguläre Ausdrücke in Automaten umwandeln	134
3.2.4	Übungen zum Abschnitt 3.2	138
3.3	Anwendungen regulärer Ausdrücke	140
3.3.1	Reguläre Ausdrücke in Unix	140
3.3.2	Lexikalische Analyse	142
3.3.3	Textmuster finden	144
3.3.4	Übungen zum Abschnitt 3.3	146
3.4	Algebraische Gesetze für reguläre Ausdrücke	147
3.4.1	Assoziativität und Kommutativität	147
3.4.2	Identitäten und Annihilatoren	148
3.4.3	Distributivgesetze	149
3.4.4	Das Idempotenzgesetz	150
3.4.5	Gesetze bezüglich der Hüllenbildung	150
3.4.6	Gesetze für reguläre Ausdrücke entdecken	151
3.4.7	Test eines für reguläre Ausdrücke geltenden Gesetzes der Algebra	154
3.4.8	Übungen zum Abschnitt 3.4	156
	Zusammenfassung von Kapitel 3	157
Kapitel 4	Eigenschaften regulärer Sprachen	159
4.1	Beweis der Nichtregularität von Sprachen	160
4.1.1	Das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen	161
4.1.2	Anwendungen des Pumping-Lemmas	162
4.1.3	Übungen zum Abschnitt 4.1	164
4.2	Abschluss-Eigenschaften regulärer Sprachen	166
4.2.1	Abgeschlossenheit regulärer Sprachen bezüglich Boolescher Operationen	166
4.2.2	Spiegelung	173
4.2.3	Homomorphismus	174
4.2.4	Inverser Homomorphismus	176
4.2.5	Übungen zum Abschnitt 4.2	182

4.3	Entscheidbarkeits-Eigenschaften regulärer Sprachen	185
4.3.1	Wechsel zwischen Repräsentationen	186
4.3.2	Prüfen, ob eine reguläre Sprache leer ist	189
4.3.3	Zugehörigkeit zu einer regulären Sprache prüfen	190
4.3.4	Übungen zum Abschnitt 4.3	191
4.4	Äquivalenz und Minimierung von Automaten	191
4.4.1	Prüfen, ob Zustände äquivalent sind	192
4.4.2	Prüfen, ob reguläre Sprachen äquivalent sind	195
4.4.3	Minimierung von DEAs	198
4.4.4	Warum minimierte DEAs unschlagbar sind	201
4.4.5	Übungen zum Abschnitt 4.4	203
	Zusammenfassung von Kapitel 4.	204

Kapitel 5 Kontextfreie Grammatiken und Sprachen 205

5.1	Kontextfreie Grammatiken	206
5.1.1	Ein informelles Beispiel	206
5.1.2	Definition kontextfreier Grammatiken	208
5.1.3	Ableitungen mithilfe einer Grammatik	210
5.1.4	Links- und rechtsseitige Ableitungen	213
5.1.5	Die Sprache einer Grammatik	215
5.1.6	Satzformen	216
5.1.7	Übungen zum Abschnitt 5.1	217
5.2	Parse-Bäume	219
5.2.1	Parse-Bäume aufbauen	219
5.2.2	Der Ergebnis eines Parse-Baums	221
5.2.3	Inferenz, Ableitungen und Parse-Bäume	222
5.2.4	Von Inferenzen zu Bäumen	223
5.2.5	Von Bäumen zu Ableitungen	225
5.2.6	Von Ableitungen zu rekursiven Inferenzen	228
5.2.7	Übungen zum Abschnitt 5.2	230
5.3	Anwendungen kontextfreier Grammatiken	231
5.3.1	Parser	231
5.3.2	Der YACC-Parsergenerator	234
5.3.3	Markup-Sprachen	235
5.3.4	XML und Dokumenttypdefinitionen	238
5.3.5	Übungen zum Abschnitt 5.3	244
5.4	Mehrdeutigkeit von Grammatiken und Sprachen	245
5.4.1	Mehrdeutige Grammatiken	246
5.4.2	Mehrdeutigkeit aus Grammatiken tilgen	248
5.4.3	Linksseitige Ableitungen als Möglichkeit zur Beschreibung von Mehrdeutigkeit	251
5.4.4	Inhärente Mehrdeutigkeit	252
5.4.5	Übungen zum Abschnitt 5.4	255
	Zusammenfassung von Kapitel 5.	256

Kapitel 6	Pushdown-Automaten	259
6.1	Definition des Pushdown-Automaten	260
6.1.1	Informelle Einführung	260
6.1.2	Die formale Definition von Pushdown-Automaten	262
6.1.3	Eine grafische Notation für PDAs	264
6.1.4	Unmittelbare Beschreibungen eines PDA	265
6.1.5	Übungen zum Abschnitt 6.1	269
6.2	Die Sprachen eines PDA	270
6.2.1	Akzeptanz durch Endzustand	270
6.2.2	Akzeptanz durch leeren Stack	272
6.2.3	Vom leeren Stack zum Endzustand	272
6.2.4	Vom Endzustand zum leeren Stack	276
6.2.5	Übungen zum Abschnitt 6.2	278
6.3	Äquivalenz von PDAs und kontextfreien Grammatiken	279
6.3.1	Von Grammatiken zu PDAs	280
6.3.2	Von PDAs zu Grammatiken	283
6.3.3	Übungen zum Abschnitt 6.3	288
6.4	Deterministische Pushdown-Automaten	289
6.4.1	Definition eines deterministischen PDA	290
6.4.2	Reguläre Sprachen und deterministische PDAs	291
6.4.3	DPDAs und kontextfreie Sprachen	292
6.4.4	DPDAs und mehrdeutige Grammatiken	293
6.4.5	Übungen zum Abschnitt 6.4	294
	Zusammenfassung von Kapitel 6	295
Kapitel 7	Eigenschaften kontextfreier Sprachen	297
7.1	Normalformen kontextfreier Grammatiken	298
7.1.1	Eliminierung unnützer Symbole	298
7.1.2	Berechnung der erzeugenden und erreichbaren Symbole	301
7.1.3	ϵ -Produktionen eliminieren	302
7.1.4	Einheitsproduktionen eliminieren	306
7.1.5	Chomsky-Normalform	311
7.1.6	Übungen zum Abschnitt 7.1	316
7.2	Das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen	319
7.2.1	Die Größe von Parse-Bäumen	319
7.2.2	Aussage des Pumping-Lemmas	320
7.2.3	Anwendungen des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen	323
7.2.4	Übungen zum Abschnitt 7.2	326
7.3	Abschluss-Eigenschaften kontextfreier Sprachen	328
7.3.1	Substitutionen	328
7.3.2	Anwendungen des Substitutions-Theorems	331
7.3.3	Spiegelung	332
7.3.4	Durchschnitt mit einer regulären Sprache	332

7.3.5	Inverse Homomorphismen	337
7.3.6	Übungen zum Abschnitt 7.3	339
7.4	Entscheidbarkeits-Eigenschaften kontextfreier Sprachen	341
7.4.1	Komplexität der Umwandlung von kfGs in PDAs und umgekehrt	342
7.4.2	Ausführungszeit der Umwandlung in Chomsky- Normalform	343
7.4.3	Prüfen, ob eine kontextfreie Sprache leer ist	345
7.4.4	Die Zugehörigkeit zu einer kontextfreien Sprache prüfen	347
7.4.5	Vorschau auf unentscheidbare kFL-Probleme	351
7.4.6	Übungen zum Abschnitt 7.4	352
	Zusammenfassung von Kapitel 7	353
Kapitel 8 Einführung in Turing-Maschinen		355
8.1	Probleme, die Computer nicht lösen können	356
8.1.1	Programme, die »Hello, World« ausgeben	357
8.1.2	Der hypothetische »Hello, World«-Tester	359
8.1.3	Ein Problem auf ein anderes Problem reduzieren	362
8.1.4	Übungen zum Abschnitt 8.1	365
8.2	Die Turing-Maschine	366
8.2.1	Das Streben danach, alle mathematischen Fragen zu entscheiden	367
8.2.2	Die Notation der Turing-Maschine	368
8.2.3	Unmittelbare Beschreibungen für Turing-Maschinen	369
8.2.4	Übergangsdigramme für Turing-Maschinen	373
8.2.5	Die Sprache einer Turing-Maschine	376
8.2.6	Turing-Maschinen und das Halteproblem	377
8.2.7	Übungen zum Abschnitt 8.2	378
8.3	Programmiertechniken für Turing-Maschinen	379
8.3.1	Speicher im Zustand	380
8.3.2	Mehrere Spuren	381
8.3.3	Unterprogramme	383
8.3.4	Übungen zum Abschnitt 8.3	386
8.4	Erweiterungen für die einfache Turing-Maschine	386
8.4.1	Turing-Maschinen mit mehreren Bändern	386
8.4.2	Äquivalenz zwischen ein- und mehrbändigen TMn	388
8.4.3	Ausführungszeit und die Viele-Bänder-in-eins-Konstruktion	390
8.4.4	Nichtdeterministische Turing-Maschinen	391
8.4.5	Übungen zum Abschnitt 8.4	393
8.5	Beschränkte Turing-Maschinen	396
8.5.1	Turing-Maschinen mit semi-unendlichen Bändern	397
8.5.2	Maschinen mit mehreren Stacks	400
8.5.3	Zählermaschinen	403

8.5.4	Die Leistungsfähigkeit von Zählermaschinen	404
8.5.5	Übungen zum Abschnitt 8.5	406
8.6	Turing-Maschinen und Computer	407
8.6.1	Eine Turing-Maschine mit einem Computer simulieren	407
8.6.2	Einen Computer mit einer Turing-Maschine simulieren	409
8.6.3	Laufzeitvergleich zwischen Computern und Turing-Maschinen	413
	Zusammenfassung von Kapitel 8	416
Kapitel 9 Unentscheidbarkeit		419
9.1	Eine nicht rekursiv aufzählbare Sprache	421
9.1.1	Binärzeichenreihen aufzählen	421
9.1.2	Codes für Turing-Maschinen	422
9.1.3	Die Diagonalisierungssprache	423
9.1.4	Der Beweis, dass L_d nicht rekursiv aufzählbar ist	425
9.1.5	Übungen zum Abschnitt 9.1	425
9.2	Ein unentscheidbares Problem, das rekursiv aufzählbar ist	426
9.2.1	Rekursive Sprachen	426
9.2.2	Komplemente rekursiver und rekursiv aufzählbarer Sprachen	427
9.2.3	Die universelle Sprache	430
9.2.4	Unentscheidbarkeit der universellen Sprache	433
9.2.5	Übungen zum Abschnitt 9.2	434
9.3	Unentscheidbare Probleme über Turing-Maschinen	436
9.3.1	Reduktionen	436
9.3.2	Turing-Maschinen, die die leere Sprache akzeptieren	438
9.3.3	Der Satz von Rice und Eigenschaften der rekursiv aufzählbaren Sprachen	441
9.3.4	Probleme bezüglich Spezifikationen von Turing-Maschinen	444
9.3.5	Übungen zum Abschnitt 9.3	444
9.4	Das Postsche Korrespondenz-Problem	446
9.4.1	Definition des Postschen Korrespondenz-Problems	446
9.4.2	Das »modifizierte« PKP	449
9.4.3	Fertigstellung des Beweises der PKP-Unentscheidbarkeit	452
9.4.4	Übungen zum Abschnitt 9.4	458
9.5	Andere unentscheidbare Probleme	459
9.5.1	Probleme bei Programmen	459
9.5.2	Unentscheidbarkeit der Mehrdeutigkeit kontextfreier Grammatiken	459
9.5.3	Das Komplement einer Listensprache	462
9.5.4	Übungen zum Abschnitt 9.5	465
	Zusammenfassung von Kapitel 9	466

Kapitel 10 Nicht handhabbare Probleme	469
10.1 Die Klassen \mathcal{P} und \mathcal{NP}	471
10.1.1 Mit polynomialem Zeitaufwand lösbare Probleme	471
10.1.2 Beispiel: Der Kruskal-Algorithmus	472
10.1.3 Nichtdeterministischer polynomialer Zeitaufwand	476
10.1.4 Ein NP-Beispiel: Das Problem des Handlungsreisenden	477
10.1.5 Polynomzeit-Reduktionen	478
10.1.6 NP-vollständige Probleme	480
10.1.7 Übungen zum Abschnitt 10.1	482
10.2 Ein NP-vollständiges Problem	483
10.2.1 Das Erfüllbarkeitsproblem	484
10.2.2 SAT-Instanzen repräsentieren	485
10.2.3 NP-Vollständigkeit des SAT-Problems	486
10.2.4 Übungen zum Abschnitt 10.2	493
10.3 Ein eingeschränktes Erfüllbarkeitsproblem	493
10.3.1 Normalformen für Boolesche Ausdrücke	494
10.3.2 Ausdrücke in KNF konvertieren	495
10.3.3 NP-Vollständigkeit von CSAT	498
10.3.4 NP-Vollständigkeit von 3SAT	503
10.3.5 Übungen zum Abschnitt 10.3	504
10.4 Weitere NP-vollständige Probleme	505
10.4.1 NP-vollständige Probleme beschreiben	506
10.4.2 Das Problem unabhängiger Mengen	506
10.4.3 Das Problem der Knotenüberdeckung	511
10.4.4 Das Problem des gerichteten Hamiltonschen Kreises	512
10.4.5 Ungerichtete Hamiltonsche Kreise und das Problem des Handlungsreisenden	519
10.4.6 Zusammenfassung NP-vollständiger Probleme	521
10.4.7 Übungen zum Abschnitt 10.4	521
Zusammenfassung von Kapitel 10.	526
 Kapitel 11 Zusätzliche Problemklassen	 529
11.1 Komplemente von Sprachen, die in \mathcal{NP} enthalten sind	531
11.1.1 Die Sprachklasse $\text{Co-}\mathcal{NP}$	531
11.1.2 NP-vollständige Probleme und $\text{Co-}\mathcal{NP}$	532
11.1.3 Übungen zum Abschnitt 11.1	533
11.2 Probleme, die mit polynomialem Speicherplatz lösbar sind	534
11.2.1 Turing-Maschinen mit polynomialer Platzbegrenzung	534
11.2.2 Beziehung von \mathcal{PS} und \mathcal{NPS} zu früher definierten Klassen	535
11.2.3 Deterministischer und nichtdeterministischer polynomialer Speicherplatz	537

11.3	Ein für \mathcal{PS} vollständiges Problem	540
11.3.1	PS-Vollständigkeit	540
11.3.2	Quantifizierte Boolesche Formeln	541
11.3.3	Quantifizierte Boolesche Formeln auswerten	542
11.3.4	PS-Vollständigkeit des QBF-Problems	544
11.3.5	Übungen zum Abschnitt 11.3	550
11.4	Sprachklassen basierend auf Randomisierung	550
11.4.1	Quicksort: Ein Beispiel für einen zufallsabhängigen Algorithmus	551
11.4.2	Ein auf Zufallsabhängigkeit basierendes Modell einer Turing-Maschine	552
11.4.3	Die Sprache einer zufallsabhängigen Turing-Maschine	554
11.4.4	Die Klasse \mathcal{RP}	556
11.4.5	In \mathcal{RP} enthaltene Sprachen erkennen	558
11.4.6	Die Klasse \mathcal{ZPP}	559
11.4.7	Beziehung zwischen \mathcal{RP} und \mathcal{ZPP}	560
11.4.8	Beziehungen zu den Klassen \mathcal{P} und \mathcal{NP}	562
11.5	Die Komplexität des Primzahltests	562
11.5.1	Die Bedeutung des Primzahltests	563
11.5.2	Einführung in Modular-Arithmetik	565
11.5.3	Die Komplexität modular-arithmetischer Berechnungen	567
11.5.4	Zufallsabhängig-polynomiales Primzahl-Testen	568
11.5.5	Nichtdeterministische Primzahltests	570
11.5.6	Übungen zum Abschnitt 11.5	573
	Zusammenfassung von Kapitel 11	574

Literaturverzeichnis 577

Stichwortverzeichnis 587